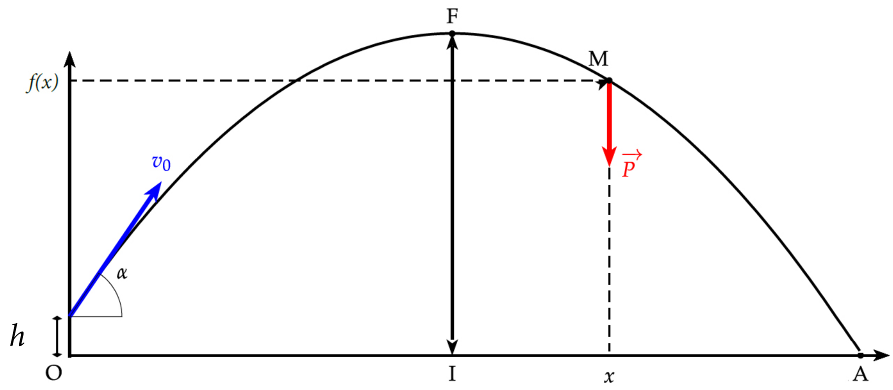
DEVOIR MAISON

***Date limite : 19 octobre 2021***

## Introduction :

**On rappelle** qu'un projectile lancé, avec un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale et une vitesse initiale $v_0$, suit une trajectoire parabolique. (cf vidéo du professeur « Des polynômes du 2nd degré tout autour de nous_.mp4 » sur http://urbanmathproject.free.fr)

On peut alors faire le schéma suivant :




**On démontre** que l'équation d'une telle trajectoire est :

$$f(x) = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + h$$

où g est l'accélération de la pesanteur qui vaut approximativement sur notre planète 9,81 $m/s^{-2}$

**On suppose** que dans le problème suivant, les missiles, une fois la mise à feu, sont soumis au seul champ de pesanteur et suivent par conséquent une trajectoire parabolique qui obéit à l'équation générale ci-dessus.

*partie 1*

## Contexte :

Lors d'un essai militaire concernant le bouclier antimissile[1], on lance un missile et un leurre d'une base située en Alaska.
Le **missile** suit une trajectoire parabolique représentée par la fonction polynôme du second degré :
$f(x) = -0{,}02x^2 + 5x + 100$ ***- forme développée -***
où f(x) représente l'altitude du missile en mètres, et x la distance au sol en km.

Cependant, on lance aussi un **leurre** d'une base à proximité : ce leurre suit une trajectoire proche de celle du missile, soit

$g(x) = -0{,}02(x-150)^2 + 500$ ***- forme canonique -***

Ensuite, du point *où le missile devrait arriver*, on lance un **anti-missile** qui doit rencontrer le missile pour le faire exploser. L'ordinateur, connaissant la position du missile et du leurre, calcule la trajectoire suivante:

$h(x) = -0{,}019(x + 20)(x - 268{,}6)$ ***- forme factorisée -***

Le leurre joue ici le rôle d'un bouclier, et si l'intercepteur *croise sa trajectoire, il explosera et ne pourra arrêter le missile*. Par contre, si l'intercepteur croise *d'abord la trajectoire du missile*, alors il pourra le détruire.

[1] La défense antimissile est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour contrer la menace que représentent les missiles balistiques pour les forces armées sur les théâtres d'opérations militaires.

## Questions :

1. A partir du schéma et de l'expression algébrique du **missile**, déterminer :
- la hauteur en mètre à partir de laquelle le missile a été tiré.
- l'angle de tir $\alpha$ en degré.
- en déduire que la vitesse iniale du missile est de 79,9 m/s.

2. A partir du schéma et de l'expression algébrique du **leurre**, déterminer la Portée et la Flèche du **leurre**.
- La Portée est la distance OA, c'est-à-dire la distance $x_A$ où le missile retombe sur le sol, soit pour g(x) =0.
- La Flèche correspond à la hauteur maximale atteinte par un missile.

3. A partir du schéma et de l'expression algébrique de l'**anti-missile**, déterminer à combien de kilomètres l'anti-missile a été tiré.

## Problèmatique :

On se demande si l'intercepteur réussira ou pas à détruire le missile.

*partie 2*

Dans cette partie on souhaite s'aider de Python pour éclaicir cette problématique. La piste de résolution algébrique est volontairement omise ici.

Dans Python on introduit deux modules fondamentaux : matplotlib.pyplot pour le tracé de courbes et la géométrie cartésienne ainsi que numpy pour du calcul scientifique plus élaboré.

Si vous avez besoin d'aide je vous rappelle que des documents sur les principales commandes en Python ont été mises en ligne sur http://urbanmathproject.free.fr/documents.php. Vous pouvez également utiliser le labo Python en ligne du Livrescolaire ou installer EduPython depuis : https://edupython.tuxfamily.org/

1. Que fait le programme suivant ?

```
from matplotlib.pyplot import *

x = 1
y = 2

plot(x,y,"o")

show()
```

2. Sur le même modèle le programme suivant permet de représenter graphiquement en rouge la fonction f(x) = x² sur [-20 ; 20] avec un pas de 0,1 et un titre. Tester ce code et coller dans votre copie la copie d'écran du résultat graphique.

```
from numpy import *
import matplotlib.pyplot as plt

for x in arange(-20,20,0.1) :
    y = x**2
    plt.plot(x,y,".", color='red')

# afichage des étiquettes abscisses et ordonnées
plt.xlabel('Distance au sol (en km)')
plt.ylabel('Altitude (en m)')
# sauvegarde du graphique dans le dossier courant
plt.savefig('x au carré =' ,dpi=150)

plt.title("Fonction x²")
plt.show()
```

3. Sur le même modèle que la question précédente vous coderez et afficherez dans votre copie le programme ainsi que le résultat graphique pour chacune des fonctions f, g et h de la partie 1, représentées dans le même repère.

4. A ce stade pouvez-vous apporter une solution à la problématique ci-dessus ? si oui, justifier votre réponse. Sinon, apporter des éléments de réponse ou du code supplémentaire pour résoudre le problème.